



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA ECONÓMICA Y CIENCIAS SOCIALES**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ECONÓMICA**  
**TRABAJO DE ÁLGEBRA LINEAL**

---

1. Con las operaciones siguientes, ¿es  $\mathbb{R}^2$  un espacio vectorial?

$$(x, y) + (x^1, y^1) = (x + x^1, y + y^1)$$

$$\lambda((x, y)) = (\lambda x, y)$$

2. Con las operaciones siguientes:

$$(x, y) + (x^1, y^1) = (x + x^1, y + y^1)$$

$$\lambda(x, y) = (\lambda x, 0)$$

¿es  $\mathbb{R}^2$  un espacio vectorial?

3. El conjunto de polinomios de coeficientes reales de grado  $\leq n$ , ¿es un espacio vectorial?

4. ¿El conjunto de las matrices simétricas, es un espacio vectorial?

5. Sea  $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2\}$  con las operaciones siguientes:

$$(x, y) + (x^1, y^1) = (x + x^1 - 1, y + y^1)$$

$$\lambda(x, y) = (\lambda x, 0)$$

¿Es  $V$  un espacio vectorial?

6. Sea  $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3\}$  con las siguientes operaciones:

$$(x, y, z) + (x^1, y^1, z^1) = (x + y^1, x^1 + y, z + z^1)$$

$$\lambda(x, y, z) = (\lambda x, \lambda y, \lambda z)$$

7. Determine cuáles de los siguientes conjuntos  $W$  son subespacios vectoriales del espacio vectorial  $V$ :

$$\text{I) } V = \mathbb{R}^3, W = \left\{ \begin{bmatrix} a \\ -a \\ a \end{bmatrix}, a \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{II) } V = \mathbb{R}^3; W = \{(t, 3t, 5t) \in \mathbb{R}^3\},$$

$$\text{III) } V = M_3, W = \{A \in M_3 / \det(A) = 0\}$$

8. Diga si los siguientes conjuntos son LI ó LD y además cuál de ellos son una base

a.  $\{x; 2x - x^2; 6x - 2x^2\}$  en  $P_2$

b.  $\{1 - 2x; 3x + x^2 - x^3; 1 + x^2 + 2x^3; 3 + 2x + 3x^3\}$  en  $P_3$

9. Dados los vectores  $a = (1, 2, 3)$ ,  $b = (1, 1, 1)$ ,  $c = (1, 0, 5)$  y  $d = (1, 1, 3)$

a) ¿Forman una base de  $\mathbb{R}^3$ ? ¿es posible formar una base de  $\mathbb{R}^3$  a partir de los vectores  $a, b, c$  y  $d$ ?

b) Expresa, si es posible, el vector  $d$  como combinación lineal de  $a, b$  y  $c$ .

- 10.a) Se sabe que  $u$ ,  $v$  y  $w$  son linealmente dependientes. ¿Podemos asegurar que  $u$  es combinación lineal de  $v$  y  $w$ ? Justifica tu respuesta.
- b) Halla las coordenadas del vector  $a = (4, 3, 7)$  respecto de la base  $B = \{(2, 1, 0), (1, 0, -2), (0, 0, 3)\}$ .
11. Dados los vectores  $u = (2, -1, 0)$  y  $v = (3, 2, 1)$
- a) ¿Son linealmente independientes?
- b) ¿Pueden formar una base de  $\mathbb{R}^3$  a partir de dichos vectores?
12. a) Halla los valores de  $m$  para que los vectores  $u = (0, 1, 1)$ ,  $v = (-2, 0, 1)$  y  $w = (m, m-1, 1)$  sean linealmente independientes.
- b) Estudia si el vector  $(2, 1, 0)$  depende linealmente de  $u$ ,  $v$  y  $w$  para el caso  $m = 3$ .
13. En los siguientes casos determine si el subconjunto dado de  $M_{2 \times 2}$  es un sub espacio vectorial de  $M_{2 \times 2}$
- a) El conjunto de matrices de la forma  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & -a \end{bmatrix}$
- b) El conjunto de todas las matrices  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  tales que  $a+d=b+c$
- c) El conjunto de matrices  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  tales que  $a+b+c+d=0$
14. Sea  $V$  el espacio vectorial de las matrices cuadradas de orden  $n$ . Si  $W$  es un sub conjunto de  $V$  formado por las matrices que son:
- (i) triangulares inferiores ii) escalares, iii) anti simétricas, ¿es  $W$  un sub espacio vectorial de  $V$ ?
15. Determinar cuáles de los siguientes conjuntos son sub espacios de  $P_3$ .
- a) Todos los polinomios:  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  para los que:  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 0$
- b) Los polinomios:  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  para los que  $a_1, a_2, a_3, a_0$  son .
- c) Los polinomios:  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  para los que  $a_1, a_2, a_3, a_0$  son racionales.
- d) Todos los polinomios:  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  para los que:  $a_0 + a_1 = a_2 + a_3$
16. Sea  $W$  el conjunto de todos los vectores de la forma  $\{(x, y, z, u) / 3x + 5y = z - 4u\}$
- ¿es  $W$  un sub espacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$ ?

El Profesor